

Fallschirmspringen

„Gibt's etwas Schöneres als den Kick, wenn das grüne Licht an- und die Tür aufgeht, Du den kalten Luftzug spürst, den Schritt ins Nichts tust,
in der Luft liegst und mit Deinem Körper steuerst, Deine Wangen im Wind flattern und die Erde nur ein Hintergrund ist?“

(Michael Mc Govan, professioneller Fallschirmspringer)



Fallschirmspringen gehört nach wie vor zu den faszinierendsten Möglichkeiten den „freien“ Fall zu genießen. Warum sollte man das nicht mal im Unterricht behandeln?

Interessante Fragen für den Unterricht:

Von Interesse sind Höhe, Geschwindigkeit und Beschleunigung des Fallschirmspringers, speziell die Grenzggeschwindigkeit beim freien Fall mit ungeöffnetem Fallschirm und die Geschwindigkeit bei der Landung. Aber auch die auftretenden Kräfte beim Öffnen des Fallschirms oder der Einfluss verschiedener Parameter wie die Größe des Fallschirms, Gewicht des Fallschirmspringers usw. liefern interessante Fragestellung.

Beteiligte Fächer:

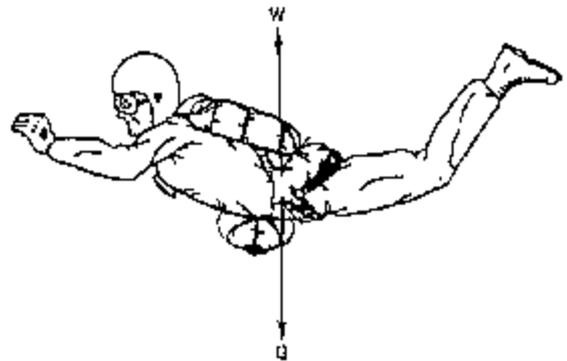
Physik, Sport

Informationen:

Auf einen Fallschirmspringer wirkt neben der Erdanziehung auch die Luftreibung, für die die folgende Formel gilt:

$$F_L = \frac{1}{2} \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{Luft} \cdot v^2$$

mit A angeströmte Querschnittsfläche
 c_w Widerstandsbeiwert
 ρ_{Luft} Dichte der Luft
 v Geschwindigkeit



realistische Werte:

Ein typischer Wert für die Querschnittsfläche eines Fallschirms ist ca. 40 Meter. Für den Widerstandsbeiwert kann man in erster Näherung bei ungeöffnetem Fallschirm 0,6 und bei geöffnetem Fallschirm 0,9 annehmen.

Physikalische Betrachtungen zum Fallschirmspringen:

Für die durch die Erdanziehung bewirkte Beschleunigung nach unten gilt:

$$a_g = g \text{ und } F_G = mg$$

Für den der Bewegungsrichtung entgegengerichteten Luftwiderstand gilt:

$$a_L = \frac{1}{2m} \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{Luft} \cdot v^2 \text{ und } F_L = \frac{1}{2} \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{Luft} \cdot v^2$$

mit A angeströmte Querschnittsfläche
 c_w Widerstandsbeiwert
 ρ_{Luft} Dichte der Luft
 v Geschwindigkeit

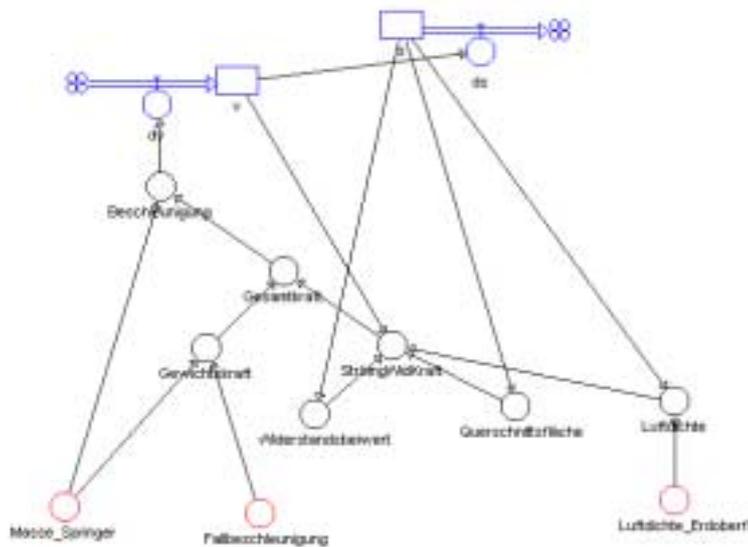
Dabei muss man folgendes berücksichtigen:

- Die Dichte der Luft ändert sich in Annäherung an die internationale Höhenformel mit der Höhe über dem Erdboden: $\rho(h) = \rho_0 \cdot e^{-0,00127h}$ mit ρ_0 Luftdichte am Erdboden
- Die Querschnittsfläche des Fallschirmspringers und somit der Luftwiderstand, ändert sich mit der Öffnung des Schirms.

Wortmodell:

Der Fallschirmspringer wird durch seine Gewichtskraft mit der Beschleunigung a nach unten beschleunigt. Dem entgegen gerichtet ist die Strömungswiderstandskraft, die proportional zum Quadrat der Geschwindigkeit des Fallschirmspringers ist. Die Luftdichte wird durch die barometrische Höhenformel bestimmt. Durch das Öffnen des Fallschirms ändert sich die Querschnittsfläche und der Widerstandsbeiwert.

Flussdiagramm:



Modellgleichungen von Dynasys erstellt:

Zustandsgleichungen

$v_{\text{neu}} \leftarrow v_{\text{alt}} + dt \cdot (dv)$
 Startwert $v = 0$
 $s_{\text{neu}} \leftarrow s_{\text{alt}} + dt \cdot (-ds)$
 Startwert $s = 2000$

Zustandsänderungen

$dv = \text{Beschleunigung}$
 $ds = v$

Konstanten

$m = 80$
 $g = 9,81$
 $\text{Luftdichte_Erdoberfl} = 1,29$

Zwischenwerte

Widerstandsbeiwert = **Wenn**($s > 400$; **0,6**; **0,9**)
 Luftdichte = $\text{Luftdichte_Erdoberfl} \cdot \exp(-0,000127 \cdot s)$
 Gewichtskraft = $m \cdot g$
 Querschnittsfläche = **Wenn**($s > 400$; **0,7**; **40**)
 Luftwiderstand =
 $0,5 \cdot \text{Querschnittsfläche} \cdot \text{Luftdichte} \cdot \text{Widerstandsbeiwert} \cdot \text{Quadrat}(v)$
 Gesamtkraft = $\text{Gewichtskraft} - \text{Luftwiderstand}$
 Beschleunigung = $\text{Gesamtkraft} / m$

Das mathematisches Modell in gewohnter Schreibweise:

$$F_g = mg \quad \text{und} \quad F_L(s;v) = 0,5 \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{\text{Luft}}(s) \cdot v^2 \quad \text{und} \quad \rho_{\text{Luft}}(s) = \rho_0 \cdot e^{-0,00127s}$$

ergibt mit $F_{Ges} = F_G - F_L$:

$$m \cdot \frac{d^2s(t)}{dt^2} = m \cdot \left(g - \frac{1}{2m} \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_0 \cdot e^{-0,00127s} \cdot \left(\frac{ds(t)}{dt} \right)^2 \right)$$

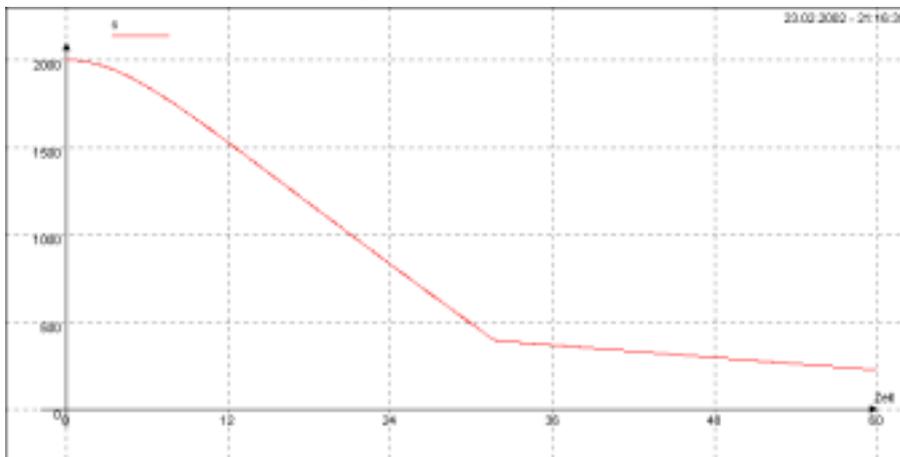
mit $A = 0,7m^2$; $c_w = 0,6$ für $s > 400m$

$A = 40m^2$; $c_w = 0,9$ für $s \leq 400m$

Ergebnisse der Simulation und ihre Interpretationen:

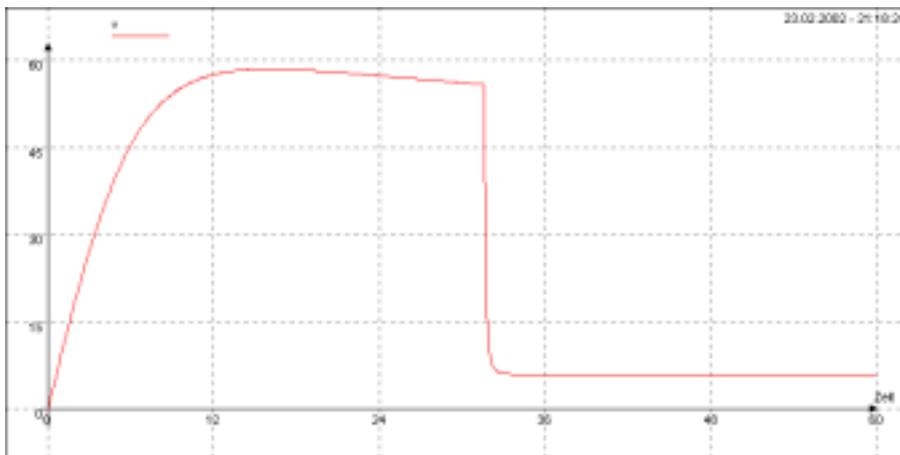
Im folgenden werden einige Simulationsergebnisse vorgestellt und Möglichkeiten zur Modellüberprüfung und zur Anwendung auf den realen Sprung gezeigt.

Der Weg, den der Fallschirmspringer zurücklegt:



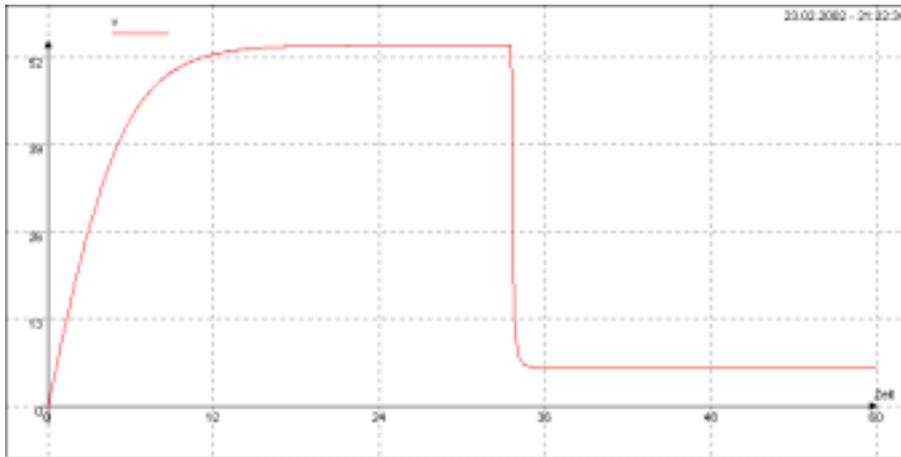
Man sieht zuerst den luftgebremsten Fall, dann das Fallen mit der Maximalgeschwindigkeit und nach Öffnen des Schirmes die deutlich kleinere Fallgeschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit des Springers:



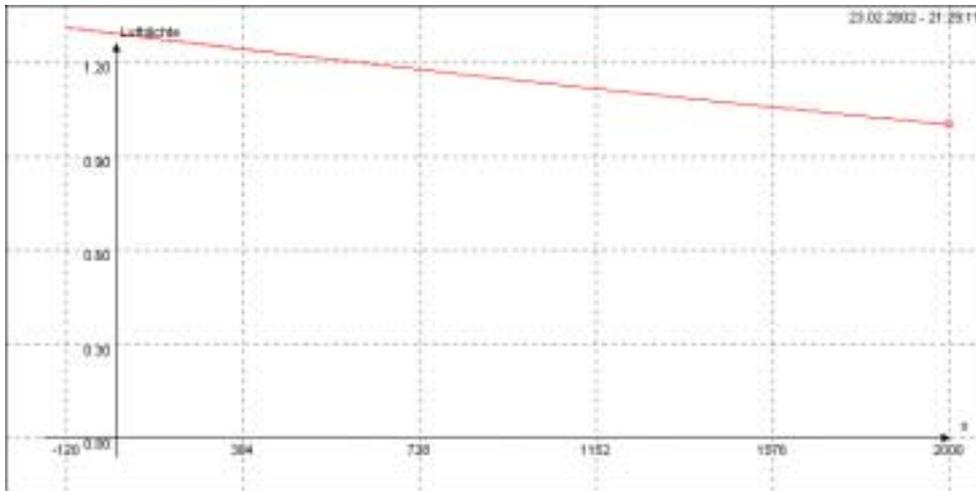
Man erkennt sehr schön, dass der Springer nach einiger Zeit seine höchste Fallgeschwindigkeit erreicht hat. Danach nimmt die Geschwindigkeit zunächst langsam ab, da sich die Dichte der Luft und damit der Luftwiderstand vergrößert. Im Diagramm erkennt man deutlich das abrupte Öffnen des Fallschirmes.

Sprung ohne Berücksichtigung der Änderung der Luftdichte:



Ist der Luftwiderstand konstant, so strebt die Fallgeschwindigkeit bis zur Öffnung des Schirmes asymptotisch dem Maximalwert zu. Dies ist ein Hinweis auf die Korrektheit des Modells.

Verlauf der Luftdichte mit der Höhe:



Modellkritik:

- In diesem Modell wurde nicht berücksichtigt, dass sich der Fallschirm nur langsam öffnet und sich daher die Querschnittsfläche langsam ändert. Ein Modell in dem dies mitberücksichtigt wurde kann man unter www.modsim.de finden.
- Die zur Berechnung des Luftdrucks angegebene Formel ist nur eine Näherung für die internationale Höhenformel. Auch diese berücksichtigt wiederum nicht die Dichteänderungen durch Temperaturänderungen in verschiedenen Höhen über der Erdoberfläche.