

## BUNGEE JUMPING

Die heute bekannte Variante des Bungee Jumping stammt aus Neuseeland und den USA. Dort begann man zunächst von Brücken zu springen und entwickelte schließlich die Technik des Kransprungs. Dieses mobile Bungee Jumping schwappte dann Anfang der neunziger nach Deutschland.

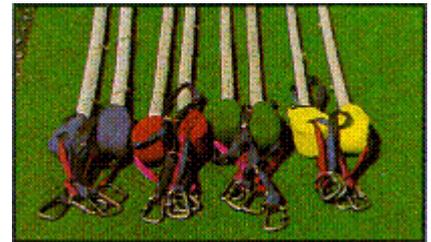


### Mögliche Fragestellungen für den Unterricht:

- Welches Seil ist für welches Gewicht geeignet?
- Warum ist Schwung holen so gefährlich?
- Was bewirkt eine falsche Angabe der eigenen Masse?
- Welche Kräfte wirken auf den Körper?
- Welche Beschleunigungen (als Vielfache von g) wirken auf den Körper?
- Welche medizinischen Folgen haben z.B. 3,5g auf den Körper?
- Welche gesundheitlichen Folgeschäden können auftreten?
- ...

### Beteiligte Fächer:

Physik, Biologie, Sport, ...



### Informationen für die Modellbildung:

Auf dem Photo erkennt man das typische „Euro-Seil“, das nicht nur in Europa, sondern auch in Australien und Neu Seeland beim Springen benutzt wird. Es besteht aus vielen kleinen einzelnen Latex Fäden. Je nach gewünschter Sprungmasse bilden 800 bis 2000 dieser dünnen Fäden ein Bungee Seil. Zusätzlich verwenden immer mehr verantwortungsvolle Bungee Jumping Anbieter sog. statische Schlingen, die ein Überdehnen des Seils durch unsachgemäße Anwendung verhindern.

#### Seilspezifikationen:

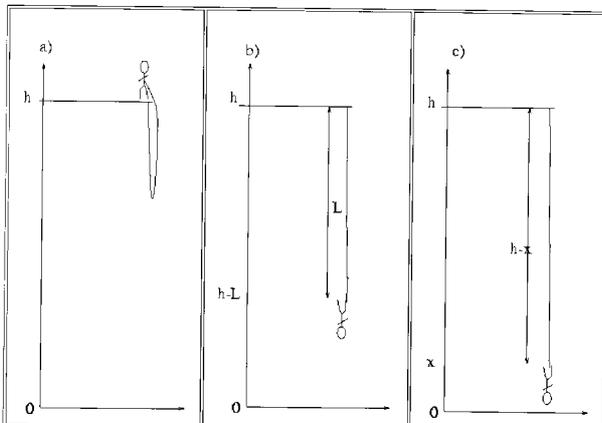
Die meisten Euro-Seile sind aus Natur-Kautschuk und dehnen sich beim Sprung auf das 2- bis 4fache ihrer Originallänge aus. Für ein Naturkautschuk-Seil des Bereiches 50kg-100kg Sprungmasse gilt

$$D = 200 \frac{N}{m}.$$

### Physikalische Betrachtungen zum Bungee Jumping

Eine komplette Abhandlung über die Theorie der Seildehnung und die Physik des Sprunges findet sich unter „[www.frage26.html.pdf](http://www.frage26.html.pdf).“ (und in meiner Datei „Eigene Dateien\Download\frage26.html“).

#### Überlegungen:



Der Springer startet bei  $s_0 = h$ .

Zunächst fällt er frei:

$$a_g = g \text{ und } F_g = mg$$

Hat er die Höhe  $s_0 - L$  (L Seillänge) erreicht, tritt als weitere Kraft die elastische Seilkraft auf, die der Erdanziehung entgegenwirkt:

$$a_S = \frac{D}{m} \cdot (s_0 - L - s) \text{ und } F_S = D \cdot (s_0 - L - s)$$

Berücksichtigt man den auf die Bewegung bremsend wirkenden Luftwiderstand, so gilt für die Luftreibung:

$$a_L = \frac{1}{m} \cdot 0,5 \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{Luft} \cdot v^2 \cdot \text{sign}(v) \text{ und}$$

$$F_L = 0,5 \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{Luft} \cdot v^2 \cdot \text{sign}(v)$$

Für die Gesamtkraft ergibt sich:  $F_{Ges} = -F_G + F_S - F_L$

### Realistische Werte:

Realistische Werte für die benötigten Größen sind:

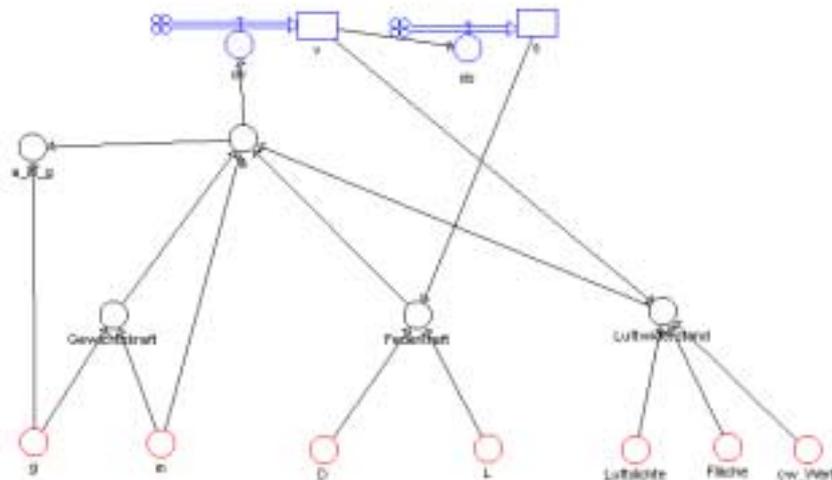
Absprunghöhe  $s_0 = 50\text{m}$ , Seillänge  $L = 20\text{m}$ , Federkonstante des Seiles  $D = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ , Dichte der Luft  $\rho_{\text{Luft}} = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ; Querschnittsfläche des Springers  $A = 0,4\text{m}^2$ , Widerstandsbeiwert  $c_w = 0,6$

### Wortmodell:

Der Springer startet in einer Höhe  $s_0$  mit einer Anfangsgeschwindigkeit von  $v_0 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Er wird zunächst nur durch die Erdanziehung beschleunigt. Nach einer Fallstrecke von der Länge des Seiles beginnt sich das Seil zu spannen und bewirkt dadurch eine Beschleunigung, die der Erdanziehung entgegenwirkt und ihn bremst. Im untersten Punkt der Sprungkurve ist das Seil maximal gestrafft, der Springer ist in Ruhe, die Bewegungsrichtung wird umgekehrt. Nun beschleunigt die Rückstellkraft des Seiles den Springer nach oben und die Erdanziehung bremst ihn. Ist das Seil wieder völlig locker, bleibt als einzige Beschleunigung die Erdbeschleunigung.

Berücksichtigt man zusätzlich die Luftreibung, so muss man bedenken, dass die Richtung der Reibungskraft immer entgegen der momentanen Bewegungsrichtung wirkt. Die Reibungskraft ist abhängig von der Luftdichte, der Querschnittsfläche des Springers, dem  $c_w$ -Wert des Springers und dem Quadrat seiner Geschwindigkeit.

### Flussdiagramm:



### Modellgleichungen von Dynasys erstellt:

<b>Zustandsgleichungen</b> s.neu <-- s.alt + dt*(ds) Startwert s = 50 v.neu <-- v.alt + dt*(dv) Startwert v = 0	<b>Zustandsänderungen</b> ds = v dv = a
<b>Konstanten</b> D = 200 g = 9,81 m = 80 L = 20 cw_Wert = 0,6 Luftdichte = 1,29 Fläche = 0,4	<b>Zwischenwerte</b> Gewichtskraft = m*g Federkraft = <b>Wenn(s &lt; (50-L); D*(50-L-s); 0)</b> Luftwiderstand = 0,5*Fläche*Luftdichte*cw_Wert*Quadrat(v)*sign(v) Gesamtkraft = Federkraft-Gewichtskraft-Luftwiderstand a = Gesamtkraft/m a_in_g = a/g

### Das mathematisches Modell in gewohnter Schreibweise:

$$F_g = mg \quad \text{und} \quad F_S = D \cdot (s_0 - L - s) \quad \text{und} \quad F_L = 0,5 \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{Luft} \cdot v^2 \cdot \text{sign}(v)$$

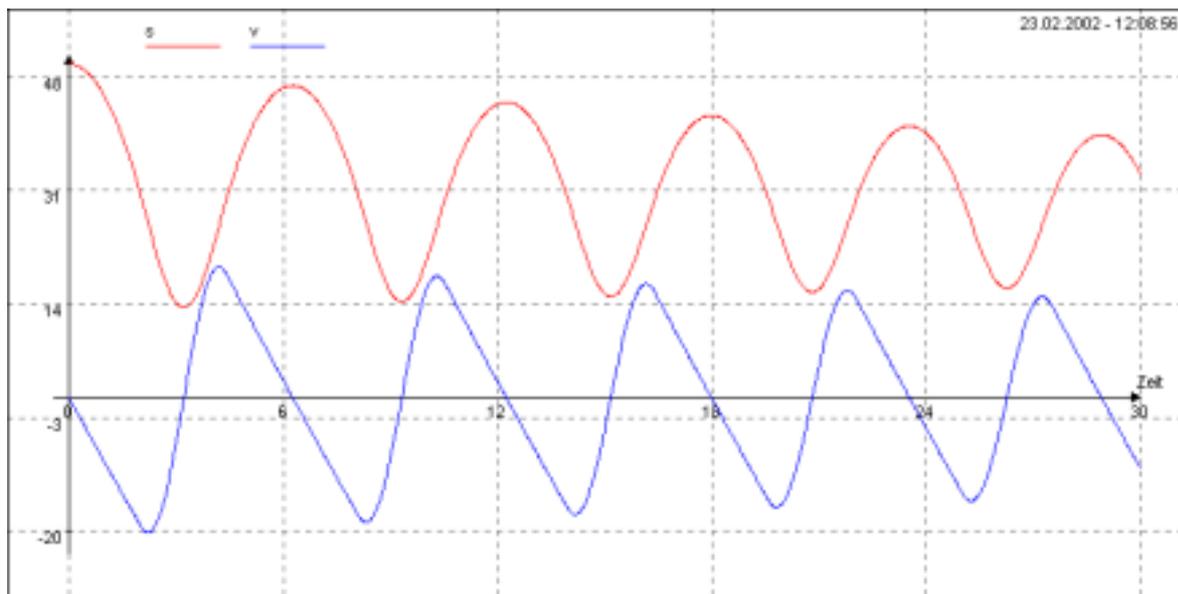
ergibt mit  $F_{Ges} = -F_G + F_S - F_L$ :

$$\left. \begin{aligned} m \cdot \frac{d^2 s(t)}{dt^2} &= m \cdot \left( -g - \frac{1}{2} \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{Luft} \cdot \left( \frac{ds(t)}{dt} \right)^2 \cdot \text{sign} \left( \frac{ds}{dt} \right) \right) && \text{für } s > 50m - L \\ m \cdot \frac{d^2 s(t)}{dt^2} &= m \cdot \left( -g + D \cdot [s_0 - L - s(t)] - \frac{1}{2} \cdot A \cdot c_w \cdot \rho_{Luft} \cdot \left( \frac{ds(t)}{dt} \right)^2 \cdot \text{sign} \left( \frac{ds}{dt} \right) \right) && \text{für } s \leq 50m - L \end{aligned} \right\}$$

### Ergebnisse der Simulation und ihre Interpretationen:

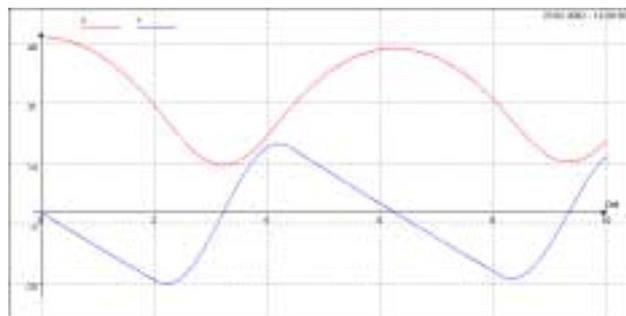
Im folgenden werden einige Simulationsergebnisse vorgestellt und Möglichkeiten zur Modellüberprüfung und zur Anwendung auf den realen Sprung gezeigt.

#### Weg-Zeit-Diagramm und Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm:

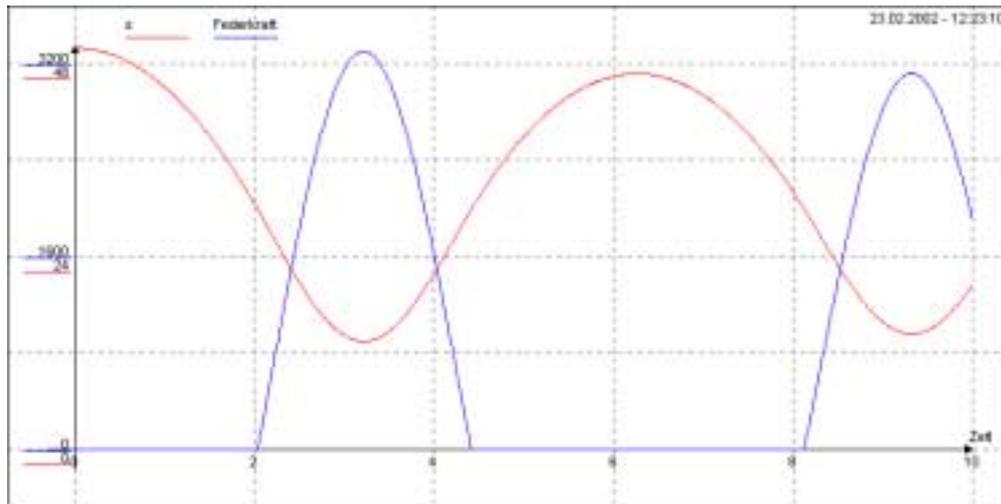


Wie „erhofft“ erreicht der Springer mit diesem Seil niemals die Erdoberfläche, ist also während des Sprunges ungefährdet.

Man sieht, dass die Geschwindigkeit im unteren Umkehrpunkt 0 ist, was den Erwartungen entspricht und unser Modell bestätigt. Die maximale Geschwindigkeit erreicht der Springer wenn das Seil gerade durchhängt, also bei ca.  $s = 30m$ .

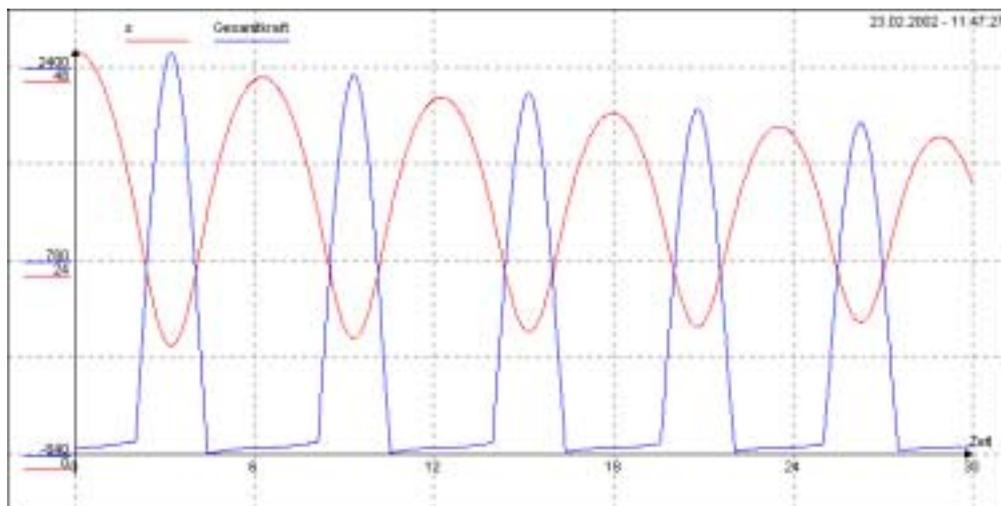


### Federkraft-Zeit-Diagramm:



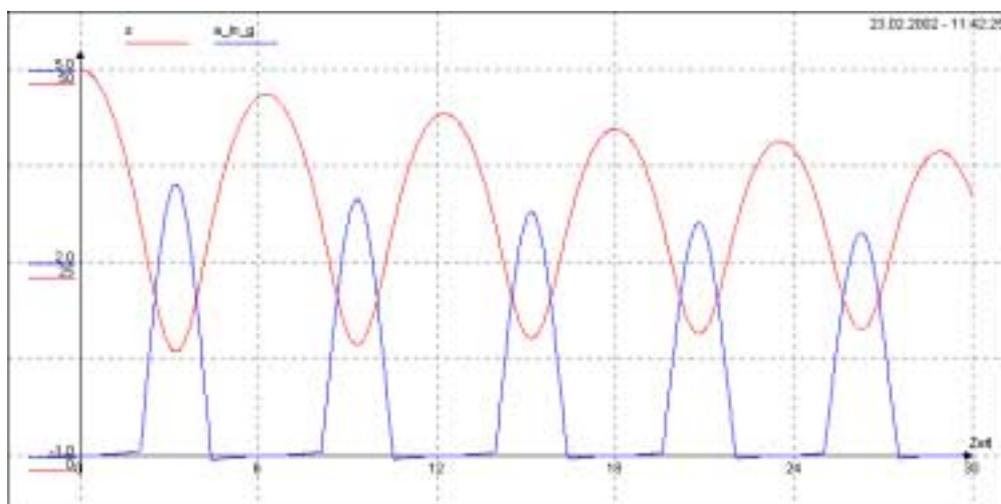
Der Verlauf der Federkraft ist ebenfalls eine Bestätigung für unser Modell, denn man sieht, dass sie immer dann 0 ist, wenn der Springer sich über 30 Metern Höhe befindet, das Seil also durchhängt. Sie ist im unteren Umkehrpunkt der Bewegung maximal.

### Gesamtkraft-Zeit-Diagramm und Weg-Zeit-Diagramm:



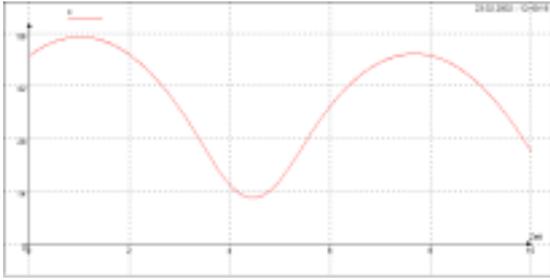
Die auf den Körper wirkende Gesamtkraft ist im unteren Umkehrpunkt der Bewegung maximal.

### Beschleunigungs-Zeit-Diagramm in Vielfachen von g und Weg-Zeit-Diagramm:



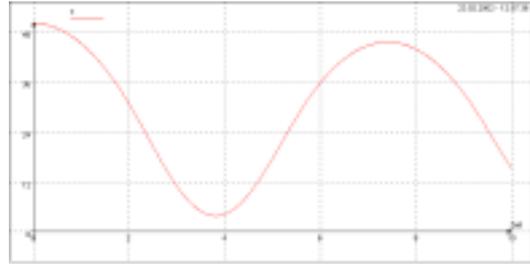
Hier wird deutlich, dass im untern Umkehrpunkt Beschleunigungen bis zu 3,2g auftreten. Dies würde bedeuten, dass der Springer das Gefühl hat, nicht 80kg, sondern 256kg auf die Waage zu bringen.

Sprung mit Anfangsgeschwindigkeit von  $v_0 = 10 \frac{m}{s}$  :



Der Sprungverlauf wird nicht wesentlich geändert.

Verändern der Federkonstante auf  $D = 100 \frac{N}{kg}$  :



Der Springer kommt der Erdoberfläche gefährlich nahe.

### Modellkritik:

Hier wurde als einzige Dämpfung die Luftreibung berücksichtigt, dies ist in der Realität nicht die bestimmende Größe. Die Dehnung des Seiles ist ein thermodynamischer Effekt, bei dem ein erheblicher Teil der Energie in Wärme umgewandelt wird. Dieser Effekt ist die bestimmende Größe für die Dämpfung der Schwingung.

### Medizinische Informationen:

**Ausschnitt aus den Berichten über „disasters“ unter <http://www.bungeezone.com>:**

#### ***Temporary Blinded***

One case I heard about was a jumper turned temporarily blind after doing a jump. The explanation was that the blood vessels in the retina had burst under the pressure and caused blindness. I believe the jumper's sight returned to normal after a few days though.



I have since heard this condition was reported in the medical journal **The Lancet** after someone did a study into the medical dangers of Bungee. This was the only problem they could find. Other activities which can cause the problem involve lifting heavy weights and having a dump.